

文章编号: 1000-8055(2009)12-2735-06

一种基于数值计算的轴流压气机旋转失速 稳定性模型——之二: 简化模型及应用

侯睿炜, 孙晓峰

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 提出一个基于二维流动基础上的线性化旋转失速稳定性模型, 该模型可以通过求解特征值来预测低速轴流压气机的失速边界. 叶片几何对流动的影响用一个体积力模型来代替. 给出了有限差分法和谱配置法两种离散特征方程的方式, 并且在针对一台低速压气机和一台跨声压气机转子在低转速的情况进行了算例的验证, 结果表明该模型能够比较准确的预测低速压气机失速边界.

关 键 词: 轴流压气机; 旋转失速; 稳定性; 体积力; 有限差分法; 谱方法

中图分类号: V211.6

文献标识码: A

Linear stability model of rotating stall based on direct numerical techniques :Part II —A simplified model and its applications

HOU Rui-wei, SUN Xiao-feng

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A two-dimensional linear stability model was presented, which can be used to estimate the inception point of rotating stall in axial flow compressors by solving the eigenvalues, the effects of the blade rows in compressors on the flow field have been modeled by body force source terms in the momentum equations. Two methods, finite difference and spectral collocation methods, have been used to discretize the eigenvalue equations. The validations of model have been performed in two different cases, and the results show that the simplified model is able to predict the stall onset point of low-speed axial compressors.

Key words: axial compressor; rotating stall; stability; body force;
finite difference method; spectral method

在前面的文章(第一部分:理论模型及算法分析)中,给出了把轴流压气机稳定性问题转化为一个特征值问题的一般方式,模型的根本出发点是一个三维的 Navier-Stokes(N-S)方程.因此,从理论上讲,所有影响轴流压气机流动稳定性的因素都被包含了进去;从物理上来讲,是一个完备的描述稳定性现象的模型.然而,复杂性也是一个需要考虑的重要问题,一方面理论研究需要这样一个

完备的数学结构,另一方面,对于工程应用来说,可以针对不同的情况对模型作不同程度的简化.例如在低速情况下可以将模型转化为不可压 N-S 方程,或者在忽略黏性影响的情况下,可以从 Euler 方程出发建立稳定性模型.

本文将模型简化为一个二维可压缩情况下的稳定性模型.从以往大量的旋转失速来看,一个二维的模型可以大致描绘旋转失速的物理机制.虽

收稿日期:2009-09-03; 修订日期:2009-11-12

基金项目:国家自然科学基金(50736007)

作者简介:侯睿炜(1979-),男,辽宁鞍山人,博士生,主要研究方向:轴流压气机旋转失速稳定性模型,机匣处理扩稳机理研究.

然叶尖处的流动具有很强的三维性,但是一个二维流动(确切的说准三维,即子午面流动和周向流动两个维度,其中子午面的流动代表了部分流动沿径向的变化)的模型可以反映出失速的过程^[1-2],同时,这样一种准三维的流动模型经常在初始设计阶段使用,比如我们熟知的流线曲率方法和通流方法,因此,这部分计算的结果可以作为模型中的平均流场,模型也因此可以和这些方法结合起来,在初始设计阶段为设计人员提供一种快速检验失速边界的工具。

另外,模型中保留了能量方程,以应对工程实践中大量跨声速压气机对于稳定性模型的需要,虽然验证算例只针对低速流动的情况,但是模型具备预测可压缩流动稳定性的能力。

1 简化模型

1.1 控制方程

本文的控制方程是一个柱坐标系下包含体积力的准三维 Euler 方程,在绝对坐标下的形式如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_m \frac{\partial \rho}{\partial m} + v_\theta \frac{\partial \rho}{r \partial \theta} + \rho \frac{\partial v_m}{\partial m} + \rho \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} &= 0 \\ \frac{\partial v_m}{\partial t} + v_m \frac{\partial v_m}{\partial m} + v_\theta \frac{\partial v_m}{r \partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial r}{\partial m} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial m} + F_m \\ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_m \frac{\partial v_\theta}{\partial m} + v_\theta \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} + \frac{v_m v_\theta}{r} \frac{\partial r}{\partial m} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} + F_\theta \\ \frac{\partial p}{\partial t} + v_m \frac{\partial p}{\partial m} + v_\theta \frac{\partial p}{r \partial \theta} + \gamma p \left(\frac{\partial v_m}{\partial m} + \frac{\partial v_\theta}{r \partial \theta} \right) &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

其中下标 m 表示子午面流线方向,下标 θ 为周向方向。 p 为静压, ρ 为密度, v_m 和 v_θ 速度沿子午方向和周向的分量, r 为半径。模型的流线示意图如图 1 所示,本文采用了和 Lindau^[2] 类似的流动模型,图中所示的是子午面上的流线,而周向是一个沿着子午面的旋成面。

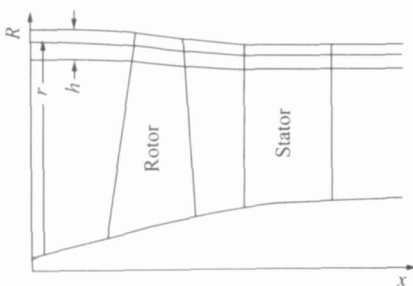


图 1 简化模型的流动示意图

Fig. 1 Sketch of flow path of the simplified model

1.2 体积力模型

体积力的计算可以有多种方式,本文采用了 Gong^[3] 的体积力模型,并做了相应的简化。Gong 将体积力分成两个部分,使气流产生偏转的部分和引起黏性损失的部分。根据 Xu^[4] 在文章中所指出的,相对于使气体偏转的部分,引起损失的黏性力部分相对较小,而且这部分力的计算需要引入压气机的特性线,且沿轴向的分布具有较大的随意性,因此在本文中将这部分力的影响忽略不计。这样力的表达式为

$$F_\theta = c v_m (U + v_m \tan \beta - v_\theta) \quad (2)$$

$$F_m = \frac{v_m}{v_\theta} F_\theta \quad (3)$$

其中 β 为叶片中弧线的弯角, U 为转子切线速度。常数 c 是大小通过使计算得出的设计点的出口气流角与实际情况相符来确定的,这里简单起见将其取为 1。

1.3 方程的线性化

将物理量分解成平均量与扰动量之和的形式

$$\begin{aligned} v_m &= \bar{v}_m + v'_m, \quad v_\theta = \bar{v}_\theta + v'_\theta, \\ p &= \bar{p} + p', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \\ F_\theta &= \bar{F}_\theta + F'_\theta, \quad F_m = \bar{F}_m + F'_m \end{aligned} \quad (4)$$

为了使方程封闭,需要将体积力也写成流场参数的函数,从体积力的表达式中可以看出,力是由速度决定的,所以

$$\begin{aligned} F'_\theta &= (U + 2 \bar{v}_m \tan \beta - \bar{v}_\theta) v'_m - \bar{v}_m v'_\theta \\ F'_m &= \frac{\bar{v}_m}{\bar{v}_\theta} [2(U + 2 \bar{v}_m \tan \beta - \bar{v}_\theta) v'_m - \bar{v}_m v'_\theta] \end{aligned} \quad (5)$$

将式(4)和(5)带入方程组(1),就得到了一个封闭的线性化形式的方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{v}_m \frac{\partial \rho'}{\partial m} + \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial m} v'_m + \bar{v}_\theta \frac{\partial \rho'}{r \partial \theta} + \frac{\partial \bar{\rho}}{r \partial \theta} v'_\theta + \\ \bar{\rho} \left(\frac{\partial v'_m}{\partial m} + \frac{\partial v'_\theta}{r \partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial \bar{v}_m}{\partial m} + \frac{\partial \bar{v}_\theta}{r \partial \theta} \right) \rho' &= 0 \\ \frac{\partial v'_m}{\partial t} + \bar{v}_m \frac{\partial v'_m}{\partial m} + \frac{\partial \bar{v}_m}{\partial m} v'_m + \bar{v}_\theta \frac{\partial v'_m}{r \partial \theta} + \frac{\partial \bar{v}_m}{r \partial \theta} v'_\theta - \\ \frac{2 \bar{v}_\theta v'_\theta \partial r}{r \partial m} &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial m} + \\ \frac{\bar{v}_m}{\bar{v}_\theta} [2(U + 2 \bar{v}_m \tan \beta - \bar{v}_\theta) v'_m - \bar{v}_m v'_\theta] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \tilde{v}_\theta'}{\partial t} + \tilde{v}_m \frac{\partial \tilde{v}_\theta'}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial m} \tilde{v}_m' + \\
& \tilde{v}_\theta \frac{\partial \tilde{v}_\theta'}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{r \partial \theta} \tilde{v}_\theta' + \frac{\tilde{v}_\theta \tilde{v}_m'}{r} \frac{\partial r}{\partial m} + \frac{\tilde{v}_m \tilde{v}_\theta'}{r} \frac{\partial r}{\partial m} = \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \theta} + (U + 2 \tilde{v}_m \tan \beta - \tilde{v}_\theta) \tilde{v}_m' - \tilde{v}_m \tilde{v}_\theta' \\
& \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial t} + \tilde{v}_m \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial m} \tilde{v}_m' + \tilde{v}_\theta \frac{\partial \tilde{p}'}{r \partial \theta} + \frac{\partial \tilde{p}}{r \partial \theta} \tilde{v}_\theta' + \\
& \gamma \tilde{p} \left(\frac{\partial \tilde{v}_m'}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta'}{r \partial \theta} \right) + \gamma \left(\frac{\partial \tilde{v}_m}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{r \partial \theta} \right) \tilde{p}' = 0
\end{aligned} \quad (6)$$

进一步假定速度、压力、密度的扰动量可以写成谐波的形式

$$\rho' = \tilde{\rho}(m) e^{i(-\omega + \alpha \theta)} \quad (7)$$

$$v_m' = \tilde{v}_m(m) e^{i(-\omega + \alpha \theta)} \quad (8)$$

$$v_\theta' = \tilde{v}_\theta(m) e^{i(-\omega + \alpha \theta)} \quad (9)$$

$$p' = \tilde{p}(m) e^{i(-\omega + \alpha \theta)} \quad (10)$$

其中 α 为周向波数, ω 为频率. 通常情况下, 这两者都是复数. 在时间稳定性理论中, α 假设为实数, 而 ω 为复数. 并且, 如果其虚部为负 $\omega = \text{Im}(\omega) < 0$, 那么扰动是衰减的, 如果虚部为正 $\omega = \text{Im}(\omega) > 0$, 那么扰动是增长的, 此时系统失稳, 实部 $\omega_r = \text{Re}(\omega)$ 为失稳的频率.

于是线性化的扰动量将满足下列的常微分方程组

$$(AD + B) \Phi = 0 \quad (11)$$

其中 $D \equiv \frac{d}{dm}$, Φ 是一个四维向量

$$\Phi = \{\tilde{\rho}, \tilde{v}_m, \tilde{v}_\theta, \tilde{p}\}^T \quad (12)$$

边界条件

$$\Phi_0 = 0, \quad \Phi_N = 0 \quad (13)$$

A 和 B 是 4×4 的非零矩阵. A 是导数项的系数矩阵, B 是一次项的系数矩阵. A 和 B 中的非零项系数如下:

$$A_{11} = \tilde{v}_m, \quad A_{12} = \tilde{\rho}, \quad A_{22} = \tilde{v}_m, \quad A_{24} = \frac{1}{\rho},$$

$$\begin{aligned}
& A_{33} = \tilde{v}_m, \quad A_{42} = \gamma \tilde{p}, \quad A_{44} = \tilde{v}_m, \\
& B_{11} = \left(\frac{\partial \tilde{v}_m}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{r \partial \theta} \right) + i \left(-\omega + \alpha \frac{\tilde{v}_\theta}{r} \right),
\end{aligned}$$

$$B_{12} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial m}, \quad B_{13} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{r \partial \theta} + i \frac{\tilde{\rho}}{r},$$

$$\begin{aligned}
& B_{22} = \frac{\partial \tilde{v}_m}{\partial m} - 2 \frac{\tilde{v}_m}{\tilde{v}_\theta} (U + 2 \tilde{v}_m \tan \beta - \tilde{v}_\theta) + \\
& i \left(-\omega + \alpha \frac{\tilde{v}_\theta}{r} \right),
\end{aligned}$$

$$B_{23} = \frac{\partial \tilde{v}_m}{r \partial \theta} - \frac{2 \tilde{v}_\theta}{r} \frac{\partial r}{\partial m} + \frac{\tilde{v}_m^2}{\tilde{v}_\theta},$$

$$B_{32} = \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{\partial m} + \frac{\tilde{v}_\theta}{r} \frac{\partial r}{\partial m} - (U + 2 \tilde{v}_m \tan \beta - \tilde{v}_\theta),$$

$$B_{33} = \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{r \partial \theta} + \frac{\tilde{v}_m}{r} \frac{\partial r}{\partial m} + \tilde{v}_m + i \left(-\omega + \alpha \frac{\tilde{v}_\theta}{r} \right),$$

$$B_{34} = i \frac{\alpha}{\rho}, \quad B_{42} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial m}, \quad B_{43} = \frac{\partial \tilde{p}}{r \partial \theta} + i \frac{\alpha \tilde{p}}{r},$$

$$B_{44} = \gamma \left(\frac{\partial \tilde{v}_m}{\partial m} + \frac{\partial \tilde{v}_\theta}{r \partial \theta} \right) + i \left(-\omega + \alpha \frac{\tilde{v}_\theta}{r} \right).$$

1.4 平均流场

我们对平均流场做了一次周向平均

$$\bar{q} = \frac{1}{\Delta \theta} \int_{SS}^{SP} q d\theta$$

$$\bar{q} = \{\bar{\rho}, \bar{p}, \bar{v}_m, \bar{v}_\theta\} \quad (14)$$

其中 SS 表示吸力面, SP 表示压力面. 从而, 系数矩阵中关于平均量周向的导数都变为 0.

2 数值算法

2.1 有限差分法

利用中心差分格式对方程 (11) 进行离散, 得到

$$\begin{aligned}
& A_j \frac{\Phi_{j+1} - \Phi_{j-1}}{2\Delta x} + B_j \Phi_j = 0; \\
& j = 1, N-1
\end{aligned} \quad (15)$$

结合边界条件, 方程及未知数的个数均为 $4 \times (N-1)$ 个, 这样得到一个封闭的系统.

2.2 基于配置点的谱方法

假设计算域的范围为 $a \leq m \leq b$, 做映射

$$\xi = \frac{2}{b-a} m + \frac{a+b}{a-b} \quad (16)$$

其中 $-1 \leq \xi \leq 1$.

使用定义在 $[-1, 1]$ 之间的 N 阶 Chebyshev 多项式 T_N , Gauss-Lobatto 节点为

$$\xi_j = \cos \frac{\pi j}{N}; \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (17)$$

一阶导数可表示为

$$\frac{d\Phi}{d\xi} \Big|_j = \sum_{k=0}^{N_r} E_{jk} \Phi_k \quad (18)$$

其中

$$E_{jk} = \frac{c_j}{c_k} \frac{(-1)^{k+j}}{\xi_j - \xi_k}; \quad j \neq k$$

$$E_{jj} = - \frac{\xi_j}{2(1 - \xi_j^2)} \quad (19)$$

$$E_{00} = -E_{NN} = \frac{2N^2 + 1}{6}$$

$$c_j = \begin{cases} 2, & j = 0, N \\ 1, & 0 < i < N \end{cases} \quad (20)$$

由于采用了映射关系 (16), 则计算域与物理域之间的比例系数为

$$S_j = \frac{\partial \xi}{\partial m} \Big|_j; \quad j = 0, 1, \cdots, N \quad (21)$$

则物理域内的一阶系数矩阵 F 可以写成

$$F_{jk} = S_j E_{jk} \quad (22)$$

所以方程 (11) 可以写成

$$A_j \sum_{k=0}^N F_{jk} \Phi_k + B_j \Phi_j = 0 \quad (23)$$

结合边界条件, 方程组的维数及未知数的个数为 $4 \times (N - 1)$, 方程组封闭.

无论采用差分方法还是谱方法, 离散后的方程组可以写成如下的形式:

$$\bar{A} \Phi = \omega \bar{B} \Phi \quad (24)$$

因此, 特征值 ω 由如下方程确定:

$$\det | \bar{A} - \omega \bar{B} | = 0 \quad (25)$$

如果 $\bar{B}$ 是可逆矩阵, 那么

$$\det | \bar{B}^{-1} \bar{A} - \omega I | = 0 \quad (26)$$

这样, 就变成了一个标准的特征值问题. 通过 QZ 分解的方法就可以求解, 其中 $\bar{B}^{-1} \bar{A}$ 是一个 $(4N - 4) \times (4N - 4)$ 的矩阵. 通过 QZ 分解的算法就可以求得矩阵的特征值^[5].

要加以说明的是, 通常在计算特征值的时候, 会产生有数值离散方法带来的伪特征值, 鉴别这些伪解与物理上真实解的最常用方法是分别计算两次不同节点数的特征值, 重复出现的为真实解, 而随着改变阶数而改变的特征值为伪解.

3 算例验证

3.1 Ta36 低速轴流压气机

Ta36 低速轴流压气机是北航流体与声学工程实验室自行设计的低速轴流压气机实验台, 由一级转子和一级静子组成, 其主要的设计参数在表 1 中给出.

我们对 Ta36 在 100 % 转速下设计点与非设计点的性能进行了计算, 计算域包括了转子和静子两部分, 均为 H 型网格, 网格点按照周向 $\times$ 径向 $\times$ 轴向的方式分布, 转子: $33 \times 41 \times 119$, 静子 $33 \times 41 \times 117$, 计算域共计 31.9 万个网格点.

转子、静子间采用掺混面法进行数据交换, 湍流模型为 Spalart-Allmaras 模型, 计算结果与实验结果进行了对比, 如图 2 所示.

表 1 Ta36 实验台设计参数
Table 1 Design parameters of Ta36 test rig

参数	数值
设计转速/ (r/ min)	2900
设计点流量/ (kg/ s)	7.5
设计点全压升/ Pa	2225
设计点绝热效率/ %	89.42
最大半径/ m	0.3
转子叶尖负荷系数	0.258
转子展弦比	1.18
转子叶片数	20
静子展弦比	1.40
静子叶片数	27

从实验数据上看出, Ta36 在流量为 6.0 kg/s 附近的时候, 压升达到最大值 (如图 2 所示). 而绝热效率开始出现明显下降的趋势, 所以将失速点认定为 6.0 kg/s (如图 3 所示).

从图 2 可以看出, 在设计流量附近, 计算所得的压比与实验值比较接近, 而在接近失速点的地方, 压比也没有像实验中显示的那样出现明显的下降. 如果从计算的收敛情况来看, 图中给出的计算点, 都满足收敛的条件, 无从判断具体的失速点在哪里.

将三维数值计算的结果进行周向平均后作为模型中的平均流场, 来求解扰动的特征值, 我们对不同工况下的结果进行了计算.

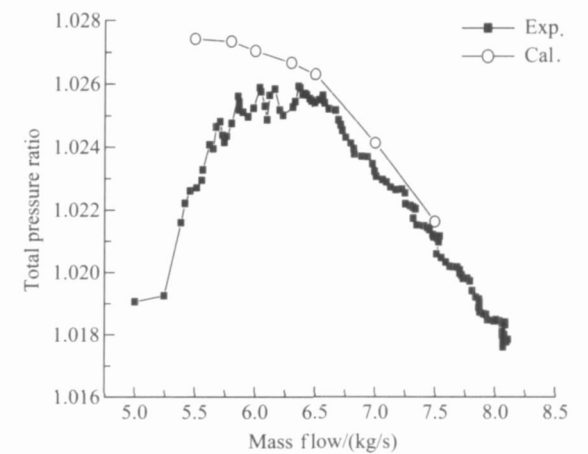


图 2 Ta36 特性线对比图
Fig. 2 Comparison of experimental and calculating characteristics of Ta36 test rig

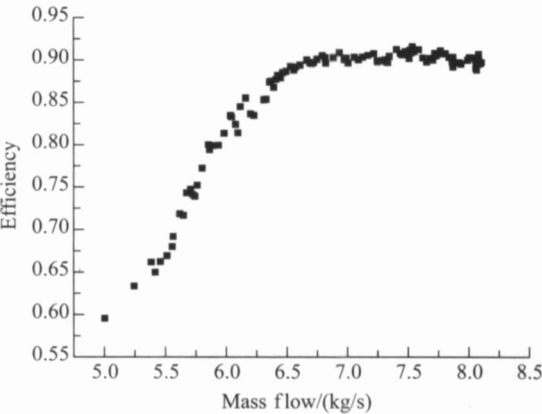


图 3 Ta36 设计转速绝热效率实验值

Fig. 3 Experimental adiabatic efficiency of Ta36 test rig

计算得出的特征值的数量为 $4 \times (N - 1)$, 但并不是所有的解都是符合物理的解, 通常情况下我们只关注低于转子频率的值, 实际上只有最低阶的特征值是值得关注的. 作为系统失稳的判据, 只有特征值的虚部为正的时候才表示扰动发散, 而虚部为负的时候为稳定状态. 还有一点要说明的是, 所有的计算结果都是在周向波数为 1 的前提下进行计算的, 在改变波数的情况下, 可以得到类似的结果.

大多数情况下压气机旋转失速首先发生在叶尖区域, 但在有些情况下, 压气机会出现根部失速的情况, 所以计算过程中每一个流量下都对 30 %, 60 % 以及 90 % 叶高处进行了特征值的计算并进行了比较, 其结果由表 2~表 5 给出.

从表 2~表 4 的结果中可以看出, 特征值的虚部都是负的, 所以系统都是稳定. 从表 5 中可以看出, 当流量达到 6.0 kg/s 的时候, 特征值的虚部开始出现正值, 显示系统开始出现失稳, 并且虚部

表 2 7.5 kg/s 状态下不同叶高处的特征值

Table 2 Eigenvalues at different radius with mass flow of 7.5 kg/s

截面径向位置	特征值
30 %叶高	(- 77.99906 , - 135.9734)
	(- 79.81345 , - 122.2681)
60 %叶高	(- 54.92618 , - 131.1965)
	(- 56.34683 , - 120.3121)
90 %叶高	(- 86.24738 , - 47.33182)
	(- 86.57085 , - 44.13119)

表 3 7.0 kg/s 状态下不同叶高处的特征值

Table 3 Eigenvalues at different radius with mass flow of 7.0 kg/s

截面径向位置	特征值
30 %叶高	(- 87.12875 , - 134.1563)
	(- 88.85840 , - 121.2329)
60 %叶高	(- 63.65734 , - 131.7051)
	(- 65.09351 , - 120.8235)
90 %叶高	(- 99.84823 , - 30.13731)
	(- 99.89766 , - 28.25850)

表 4 6.3 kg/s 状态下不同叶高处的特征值

Table 4 Eigenvalues at different radius with mass flow of 6.3 kg/s

截面径向位置	特征值
30 %叶高	(- 109.7804 , - 112.4897)
	(- 110.7263 , - 103.1415)
60 %叶高	(- 91.32735 , - 113.9664)
	(- 92.44962 , - 105.5624)
90 %叶高	(- 80.16902 , - 75.84127)
	(- 80.75471 , - 69.43916)

表 5 6.0 kg/s 状态下不同叶高处的特征值

Table 5 Eigenvalues at different radius with mass flow of 6.0 kg/s

截面径向位置	特征值
30 %	(- 78.27425 , - 136.7812)
	(- 79.99054 , - 123.4973)
60 %	(- 72.92531 , - 149.8490)
	(- 75.29984 , - 133.8927)
90 %	(- 173.8128 , 80.20773)
	(- 164.9075 , 78.54597)

为正的 特征值出现在 90 % 叶高处, 说明失速首先发生在叶尖区域.

从特征值的实部我们可以计算出失稳的频率, 转子的频率为 $2900 \cdot \pi / 30 = 303$, 所以计算得到的频率约为转频的 54 % 或 57 %, 而实验测得的失速频率约为转频的 58 %, 两者的结果比较接近, 而失速点的流量为 6.0 kg/s, 与实验值有 0.3 kg 的误差, 但是对于我们预测失速边界已经是在一个可以接受的范围之内了.

上面的算例给出了我们利用稳定性模型预测失速边界的过程, 首先利用 CFD (计算流体动力

学)程序计算某一状态(流量或固定背压)下的流场,然后计算其特征值,判断流场是否失稳,如果没有失稳,继续计算更低流量下的流场,直到特征值的计算显示流场失稳为止,这样的过程给通常的 CFD 校核过程提供了一个稳定性判据,以帮助设计人员更好的把握和预测失速边界。

3.2 NASA rotor 37 算例的验证

为了检验模型的可靠性,我们又选择了 NASA rotor 37 作为验证算例。NASA rotor 37 是一个跨声压气机进口级,本文选择了 60 %转速下的工况进行验证,转子叶尖马赫数约为 0.82,失速点的流量为 10.9 kg/s^[6]。

特性线的计算仍然采用了求解雷诺平均 N-S 方程的方法,49 ×61 ×225,湍流模型为 Spalart-Allmaras 模型,计算的过程与上述过程类似,计算结果表明失速区域在叶尖部分,表 6 只给出不同流量下 90 %叶高处的特征值。

表 6 Rotor 37 不同流量下的特征值
Table 6 Eigenvalues of rotor 37 at different mass flows with 60 % revolution

流量/(kg/s)	特征值
12.0	(- 395.3696, - 866.7164)
	(- 339.3741, - 698.0895)
11.5	(- 436.0621, - 611.0619)
	(- 404.0191, - 438.8485)
11	(- 526.1700, - 53.82102)
	(- 483.0090, - 189.8666)
10.7	(- 604.0389, 151.6700)
	(- 476.1224, 62.77060)

从表 6 的结果看出,在 10.7 kg/s 的流量下系统出现失稳,与实验值非常接近。而且失速频率为转频的 44 %或 56 %,这两个频率都在合理的范围内,但由于实验结果中未给出具体失速频率,所以也无从确定。

4 结 论

本文针对压气机准三维可压缩流动建立了数值稳定性模型,通过求解特征值来判断压气机旋转失速边界,并针对两个不同算例进行了验证:

1) 通过求解特征值的方法,能够帮助判断压气机旋转失速的边界,失稳点的流量与实验值相

比差距均在可以接受的范围之内,切不需要任何经验关系的引入,可以为设计人员提供有效的判别依据。

2) 通过对不同叶高处的流场进行校核,可以判断失速发生的具体位置,无论叶尖失速还是根部失速都能够有效的识别。

3) 对旋转失速的失速频率也能够比较好的预测,计算得到的频率在一个合理的范围之内并且与实验结果符合的很好。

4) 出现这种多个不稳定频率的可能性目前还没有一个确定的结论,由于模型本身精度的问题,以及平均流场的计算精度问题,计算所得的不稳定频率与真实物理情况存在一定的误差是难以避免的,关键是,在较高流量下,这样的符合物理意义的非稳定频率并不存在,而在较低流量下出现,我们可以以此为依据判断失速点流量的大致情况,更加精确的判断,需要更完善的稳定性模型和更准确的平均流场计算来完成。

5) 平均流场的计算结果,直接决定了特征值计算的准确性。但目前的平均流场的获得很大程度上还受到现有 CFD 技术的限制,计算所得的结果往往与实验结果存在一定的偏差,也直接影响了结果的精度。尤其在计算高于失速点流量就已经不再收敛的情况下,往往不能得到合理的预测。

参考文献:

[1] Neuhoﬀ H G, Grahl K G. Numerical simulation of rotating stall in axial compressor blade rows and stages[R]. ASME 86-GT-27.

[2] Lindau J W, Owen A K. Nonlinear quasi-three-dimensional modeling of rotating stall and surge[R]. AIAA 97-2772.

[3] Gong Y, Tan C S, Gordon K A, et al. A computational model for short wavelength stall inception and development in multi-stage compressors[R]. ASME 98-GT-476.

[4] Xu L. Assessing viscous body forces for unsteady calculations[J]. Journal of Turbomachinery, 2003,125(3):425-432.

[5] Malik M R. Numerical methods for hypersonic boundary layer stability[J]. Journal of Computational Physics, 1990,86(2):376-413.

[6] Moore R D, Reid L. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratio of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 2.05[R]. NASA-TP-1659, 1980.